

Génie Electrique et  
Electronique  
2025-2026  
Bachelor semestre 5



Cours « Conversion d'énergie »  
**Partie I.2**  
**Turbines éoliennes**

Prof. Mario Paolone  
Laboratoire de Systèmes Electriques Distribués l'EPFL  
École Polytechnique Fédérale de Lausanne

# Index

## Introduction à l'aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal

Le concept du disque actuateur, théorie de la quantité de mouvement simple, coefficient de puissance, limite de Lanchester-Betz, le coefficient de poussée, théorie du disque rotor, rotation de sillage, théorie du moment angulaire puissance maximale

## Les courbes de performance

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Le concept du disque actuateur

Une éolienne est une machine pour **extraire de l'énergie cinétique du vent**. En enlevant une partie de son énergie, **le vent doit décélérer. Mais seulement la masse d'air qui traverse le disque rotor est affectée.**

Assumons que la masse affectée reste séparée de l'air qui ne traverse pas le disque rotor et ne ralentit pas, **une surface limite peut être dessinée contenant cette masse affectée**. Cette frontière peut être complétée en amont et en aval ce qui donne un **long tube de courant d'air avec une aire de section circulaire**.

**Hypothèse: aucune masse traverse la surface limite et donc le débit massique doit être le même partout dans la direction du flux.**

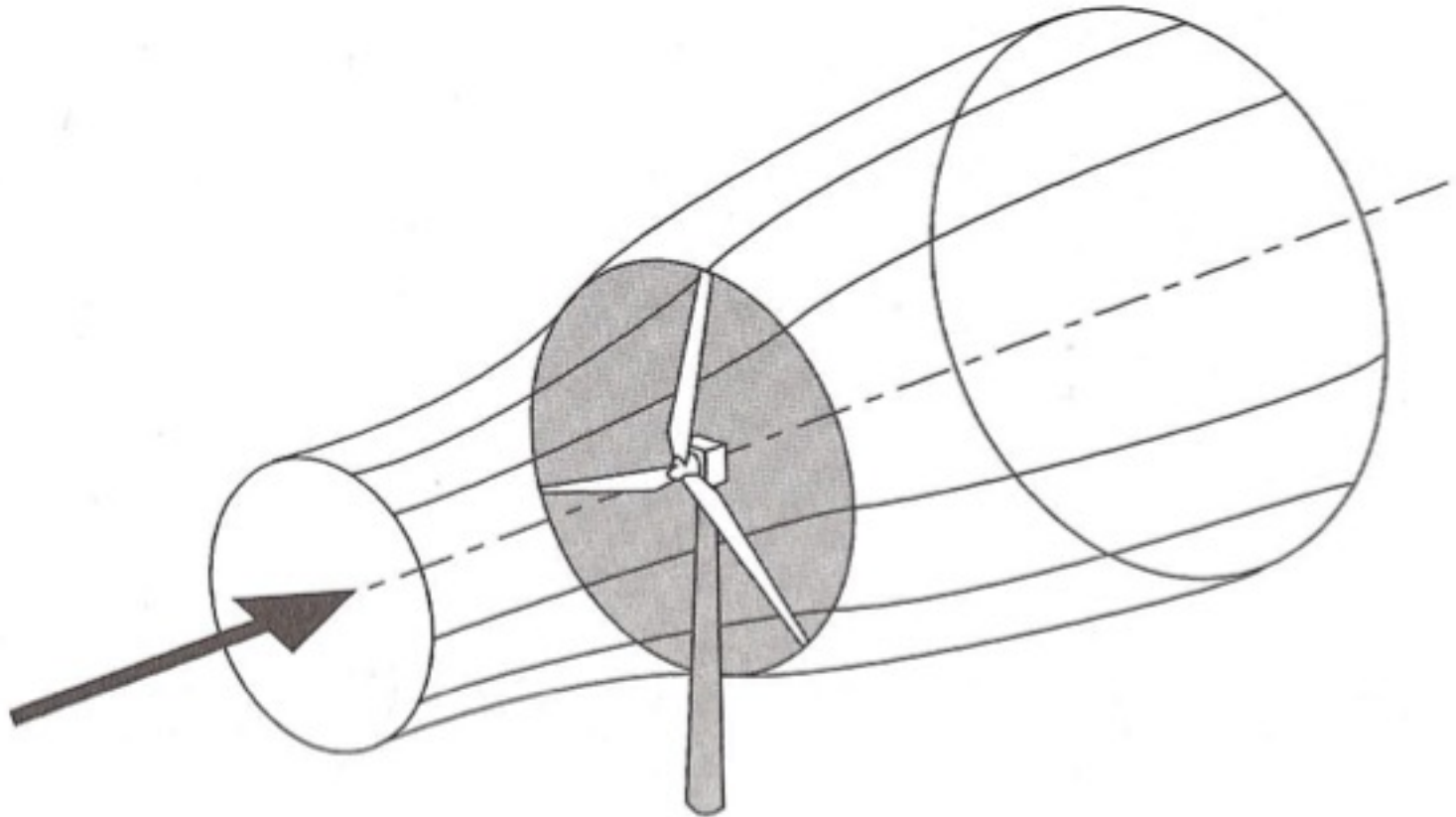
Du moment que l'air qui est dans le tube ralentit mais n'est pas comprimée, l'aire de section du tube doit augmenter pour contenir l'air plus lent (voir Figure 8).

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Le concept du disque actuateur

Le "air streamtube" d'une éolienne.



# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



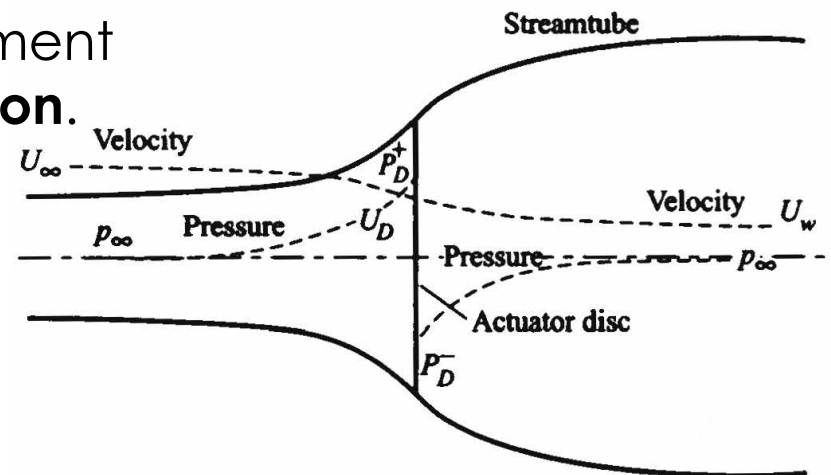
## Le concept du disque actuateur

Même si l'énergie cinétique est extraite du flux de vent, **un changement brusque de vitesse n'est ni possible ni souhaitable à cause des énormes décélérations et forces que cela produirait.** Par contre, **l'énergie de pression peut être extraite avec une fonction d'échelon.** En générale, toutes les éoliennes – quoi que soit leur design – fonctionnent avec ce principe.

La **présence d'une turbine** fait **décélérer graduellement le vent arrivant vers le disque rotor** tel que, quand l'air arrive sur le disque rotor, sa vitesse est déjà plus basse que la vitesse sans turbine.

Comme conséquence du ralentissement le **tube de flux d'air entre en expansion.**

**Car il n'y a pas de travail qui a été fourni, la pression statique augmente pour compenser la diminution en énergie.**



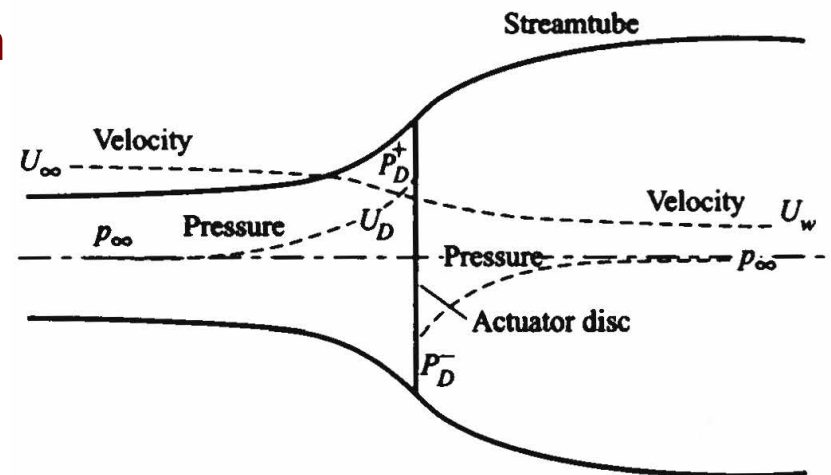
# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Le concept du disque actuateur

Du moment que l'air traverse le disque rotor il y a une **baisse en pression statique, par design**, tel que, **quand l'air part de la turbine, la pression statique est en dessous du niveau de l'atmosphère**. L'air continue ensuite son chemin en aval avec une vitesse et une pression statique réduite : cette région du flux d'air est appelée « **sillage** » (ou **wake**). Plus loin en **aval, la pression statique dans le sillage se normalise vers la valeur atmosphérique**. Le processus de remonter la pression statique au niveau atmosphérique se fait par **une réduction supplémentaire de la vitesse** (conservation d'énergie).

Donc loin **en amont et loin en aval** il n'y a pas de différence de pression statique mais une réduction en énergie cinétique qui fait la différence.



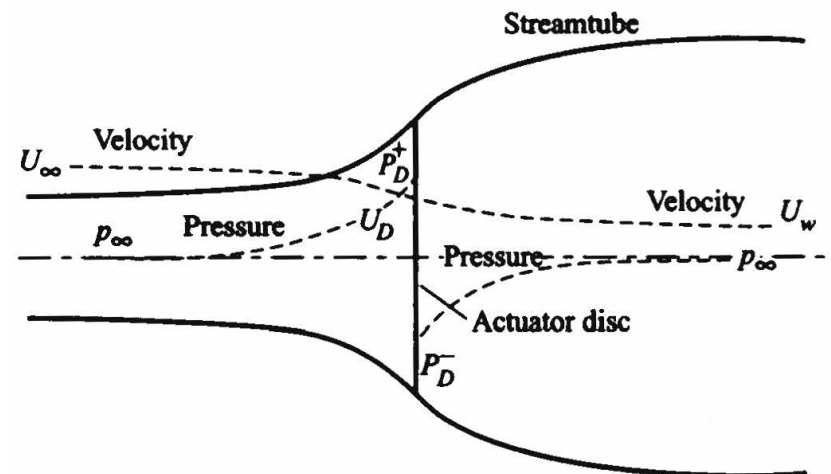
# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Le concept du disque actuateur

Le mécanisme décrit en dessus **prend en compte l'extraction d'énergie cinétique mais n'explique pas ce que cette énergie fait** : elle est utilisable pour le travail, peut être rendue au vent comme turbulence ou être dissipée comme chaleur

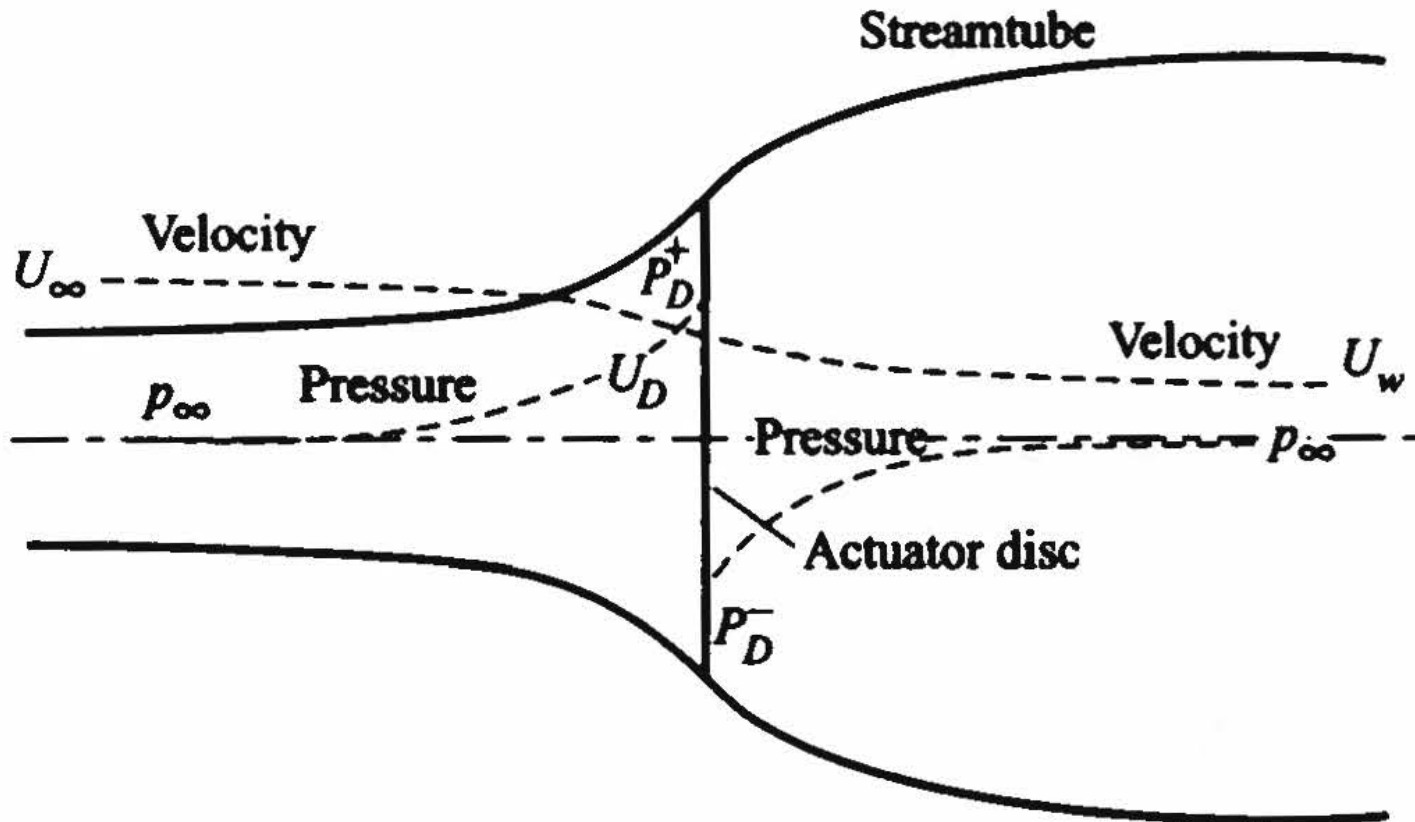
Cependant, on peut commencer une analyse du comportement aérodynamique d'une éolienne **sans design spécifique en considérant seulement le processus d'extraction d'énergie du vent**. L'élément tout général pour cette analyse est appelée « **disque actuateur** » (voir figure).



# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal

## Le concept du disque actuateur

Disque actuateur qui extrait de l'énergie de son « streamtube »



# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal

Le concept du disque actuateur



Le "wake" visualisé dans l'installation offshore Horn-Rev

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Le concept du disque actuateur

En amont du disque, le tube a une aire de section plus petite que celle du disque et une aire plus grande en aval. **L'expansion du tube se produit parce que le débit d'air doit rester le même partout.**

La masse d'air qui traverse une section donnée du tube dans un temps unitaire est  $\rho AU$ , où  $\rho$  est la densité d'air,  $A$  est l'aire de section de la turbine et  $U$  est la vitesse du flux d'air. **Le débit massique doit être le même partout la longueur du tube** et donc :

$$\rho A_{\infty} U_{\infty} = \rho A_D U_D = \rho A_W U_W$$

Le symbole  $\infty$  se réfère aux conditions **loin en amont**,  $D$  se réfère aux conditions au **disque** et  $W$  se réfère aux conditions **loin en aval**.

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Le concept du disque actuateur

Il est habituel de considérer que le disque actuateur induit une variation de vitesse qui doit être superposée à la vitesse du vent libre.

La composante dans la direction du vent de ce flux induit est donnée par  $-aU_\infty$ , où  **$a$  est appelé « facteur d'induction de flux axial »**. Au disque la vitesse nette dans la direction du flux est donc :

$$U_D = U_\infty (1 - a)$$

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Théorie de la quantité de mouvement simple

L'air qui traverse le disque est soumise à un **changement de vitesse**  $U_\infty - U_W$  et on peut définir le **taux de variation de la quantité de mouvement** égal au changement de vitesse fois le débit massique :

$$(U_\infty - U_W)\rho A_D U_D$$

La **force qui cause cette variation est entièrement due à la différence de pression à travers le disque actuateur** parce que le tube est entouré d'air à pression atmosphérique, ce qui donne une **force nette nulle**.

Donc :

$$(p_D^+ - p_D^-)A_D = (U_\infty - U_W)\rho A_D U_\infty (1 - a)$$

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Théorie de la quantité de mouvement simple

Pour obtenir la différence de pression ( $p_D^+ - p_D^-$ ) **l'équation de Bernoulli** est appliquée séparément pour les **sections amont et aval du tube** : des équations séparées sont nécessaires parce que **l'énergie totale est différente en amont et en aval**. Donc, par une unité de volume d'air on a :

$$\frac{1}{2}\rho U^2 + p + \rho gh = \text{const}$$

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Théorie de la quantité de mouvement simple

En amont, on a

$$\frac{1}{2}\rho_{\infty}U_{\infty}^2 + p_{\infty} + \rho_{\infty}gh_{\infty} = \frac{1}{2}\rho_D U_D^2 + p_D^+ + \rho_D gh_D$$

Si on dit que le fluide maintient sa densité ( $\rho_{\infty} = \rho_D$ )  
et horizontal ( $h_{\infty} = h_D$ ) alors :

$$\frac{1}{2}\rho U_{\infty}^2 + p_{\infty} = \frac{1}{2}\rho U_D^2 + p_D^+$$

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Théorie de la quantité de mouvement simple

De même, on a en aval :

$$\frac{1}{2}\rho U_W^2 + p_\infty = \frac{1}{2}\rho U_D^2 + p_D^-$$

On soustrait les équations et obtient

$$(p_D^+ - p_D^-) = \frac{1}{2}\rho(U_\infty^2 - U_W^2)$$

Donc :

$$\frac{1}{2}\rho(U_\infty^2 - U_W^2)A_D = (U_\infty - U_W)\rho A_D U_\infty (1 - a)$$

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Théorie de la quantité de mouvement simple

Si on résoudre l'équation précédente on obtient

$$U_w = (1 - 2a)U_\infty$$

Cette dernière équation nous montre que la moitié de la décélération axiale se fait en amont, l'autre moitié en aval.

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Coefficient de puissance

La force sur l'air devient (on rappelle que:  $(p_D^+ - p_D^-)A_D = (U_\infty - U_w)\rho A_D U_\infty(1-a)$  et que  $U_w = (1-2a)U_\infty$ )

$$T = (p_D^+ - p_D^-)A_D = 2\rho A_D U_\infty^2 a(1-a)$$

Cette force est concentrée sur le disque actuateur. Le travail par seconde, i.e. la puissance, est  $TU_D$  et donc l'extraction de puissance du vent est donnée par :

$$P = TU_D = 2\rho A_D U_\infty^3 a(1-a)^2$$

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal

## Coefficient de puissance



Le **coefficient de puissance** est défini par

$$C_P = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^3 A_D}$$

où le **dénominateur représente la puissance à disposition dans le streamtube sans disque actuateur**. On trouve

$$C_P = 4a(1-a)^2$$

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Limite de Lanchester-Betz

La valeur maximale de  $C_p$  s'obtient quand

$$\frac{dC_P}{da} = 4(1-a)(1-3a) = 0$$

ce qui donne une valeur de  $a=1/3$ . Par conséquent on a :

$$C_{P_{\max}} = \frac{16}{27} = 0.593$$

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Limite de Lanchester-Betz

**La valeur maximale du coefficient de puissance est connue sous le nom de limite de Lanchester-Betz d'après Frederic Lanchester (1915), un pionnier britannique en aéronautique, et Albert Betz (1919), un aérodynamicien allemand. Jusqu'à présent aucune éolienne n'a pas été construite qui peut excéder la limite de Lanchester-Betz.**

**La limite n'est pas due à un manque de design (on n'a pas spécifié de design dans les calculs jusqu'ici).**

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Le coefficient de poussée

La force sur le disque actuateur effectuée par le saut de pression, donnée par l'équation

$$T = (p_D^+ - p_D^-)A_D = 2\rho A_D U_\infty^2 a(1-a)$$

peut se transformer en facteur adimensionnel afin de donner le **coefficient de poussée**  $C_T$

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A_D}$$

$$C_T = 4a(1-a)$$

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Le coefficient de poussée

**Un problème s'aperçoit pour des valeurs de  $a \geq 0.5$ , parce que la vitesse de sillage, donnée par  $(1 - 2a)U_\infty$ , devient zéro ou même négative : dans ces conditions la théorie de la quantité de mouvement simple n'est plus applicable car on rentre dans un régime turbulent de l'air.**

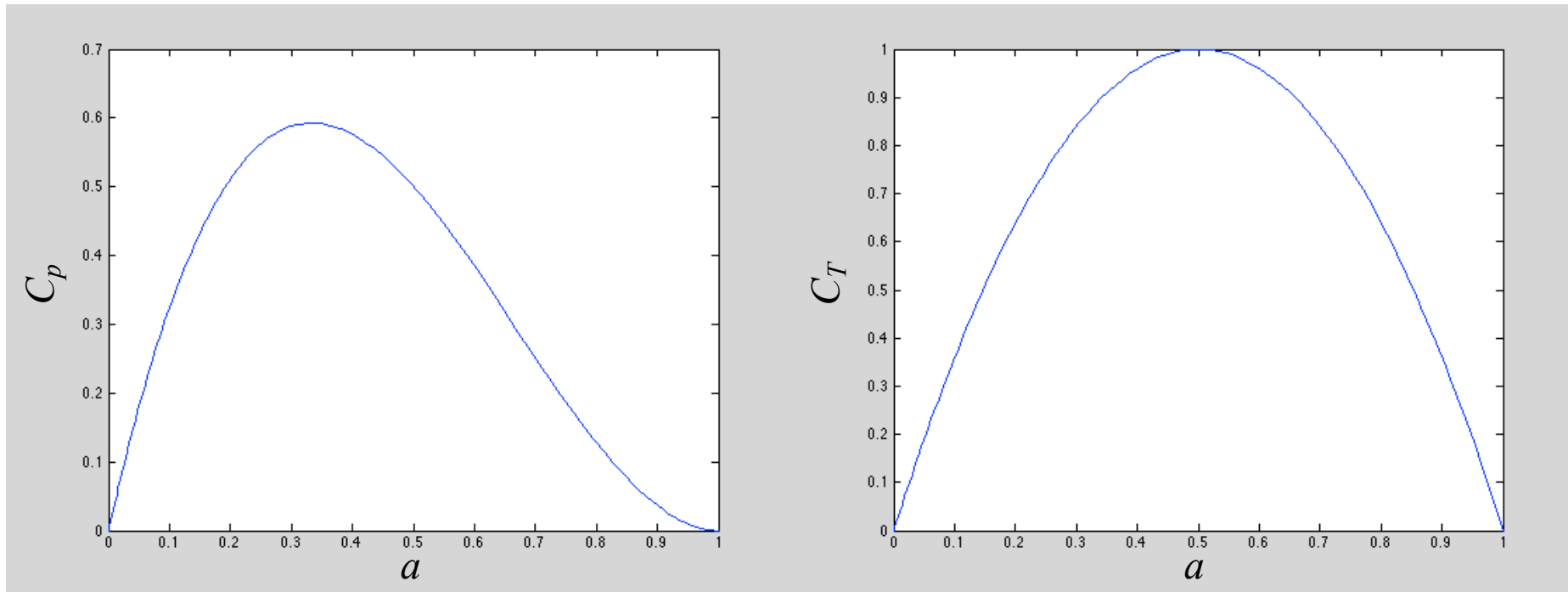
**La variation du coefficient de puissance et du coefficient de poussée en fonction du facteur  $a$  est montrée dans la figure suivante.**

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Le coefficient de poussée

**Figure 10:** Variation de  $C_p$  et  $C_T$  en fonction du facteur d'induction axiale  $a$



# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Théorie du disque rotor

La façon dans laquelle l'énergie **extraite est convertie en énergie utilisable dépend du design de turbine**. La plupart de turbines éoliennes **utilise un rotor avec un certain nombre de pale en rotation à vitesse  $\Omega$  autour d'un axe normal au plan de rotor et parallèle à la direction du vent**.

Les pales balayent un disque et, en **raison de leur design aérodynamique, développe une différence de pression à travers le disque**. Ceci est **la raison pour la perte de moment axial dans le sillage**. La perte d'énergie associée à la **perte du moment axial peut être absorbée par une génératrice électrique reliée à l'arbre du rotor**. En plus de la poussée, **le rotor donne un couple dans la direction de rotation qui s'oppose au couple exercé par la génératrice**. Le travail effectué par le couple aérodynamique sur la génératrice est converti en énergie électrique.

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Théorie du disque rotor

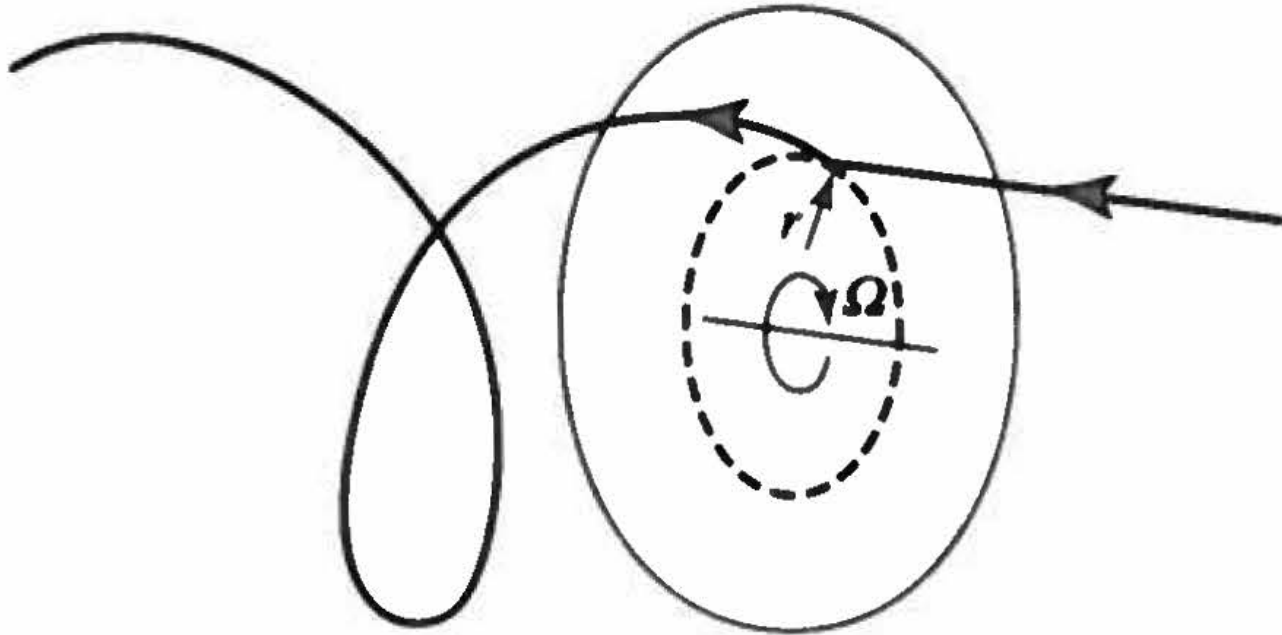
**L'application d'un couple par l'air passant sur le disque de rotor nécessite d'un couple opposé et égal imposé à l'air.** La conséquence du couple de réaction est une rotation de **l'air dans la direction opposée de celle du rotor : l'air gagne un moment angulaire** et ainsi les particules d'air dans le sillage du rotor ont une **composante de vitesse tangentielle à la rotation et axiale** (voir la figure dans la slide suivante).

L'acquisition de la composante tangentielle de vitesse par l'air entraîne une **augmentation d'énergie cinétique compensée par une diminution de pression statique de l'air dans le sillage.**

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal

## Théorie du disque rotor

Trajectoire d'une particule d'air passant le disque rotor



Examples:

<https://www.youtube.com/watch?v=v0FdqAE0QRU>

<http://www.youtube.com/watch?v=8guJJKMOlel>

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal

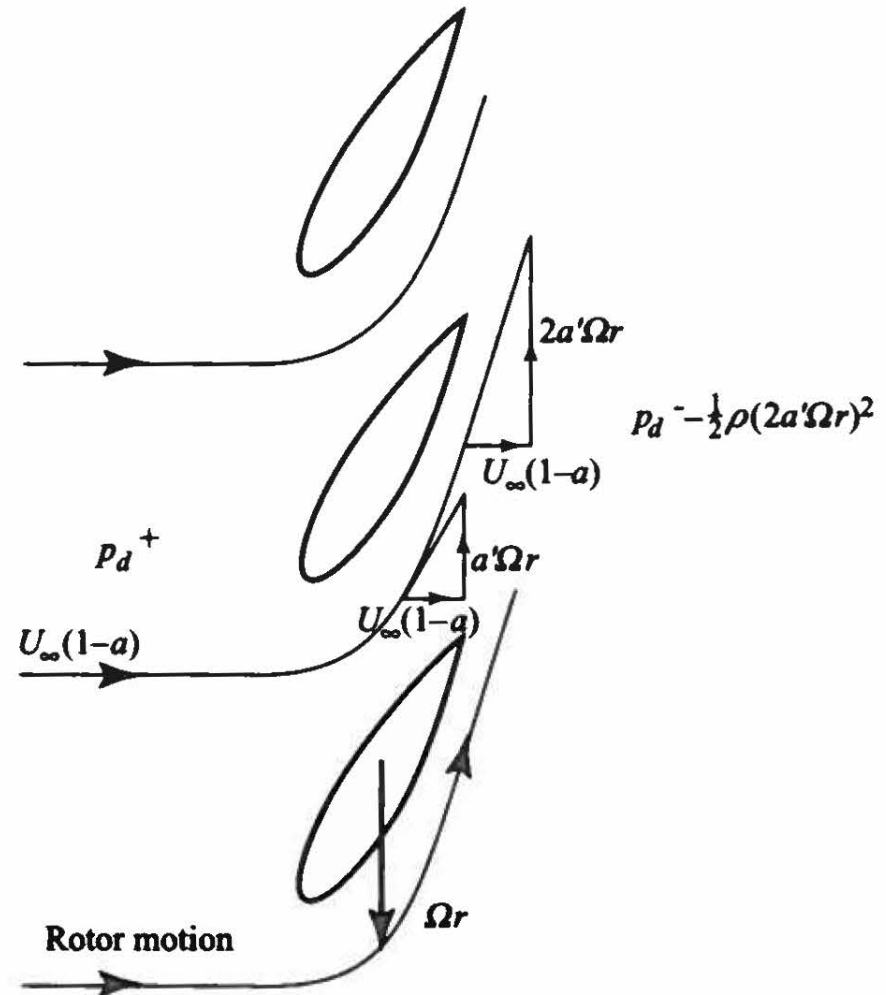
## Théorie du disque rotor

Le **flux entrant dans le disque d'actuateur n'a pas de motion rotationnelle. Le flux sortant le disque a une rotation.** Le transfert de motion rotationnelle à l'air se déroule complètement à travers le disque. Le **changement de vitesse tangentielle est exprimé par le facteur d'induction tangentielle  $a'$**  (voir figure).

**En amont, la vitesse tangentielle est zéro. En aval, la vitesse tangentielle est  $2a'\Omega r$ .**

Vu qu'elle est produite par la réaction au couple, la vitesse est opposée à la motion du rotor.

La vitesse tangentielle augmente à travers le disque.



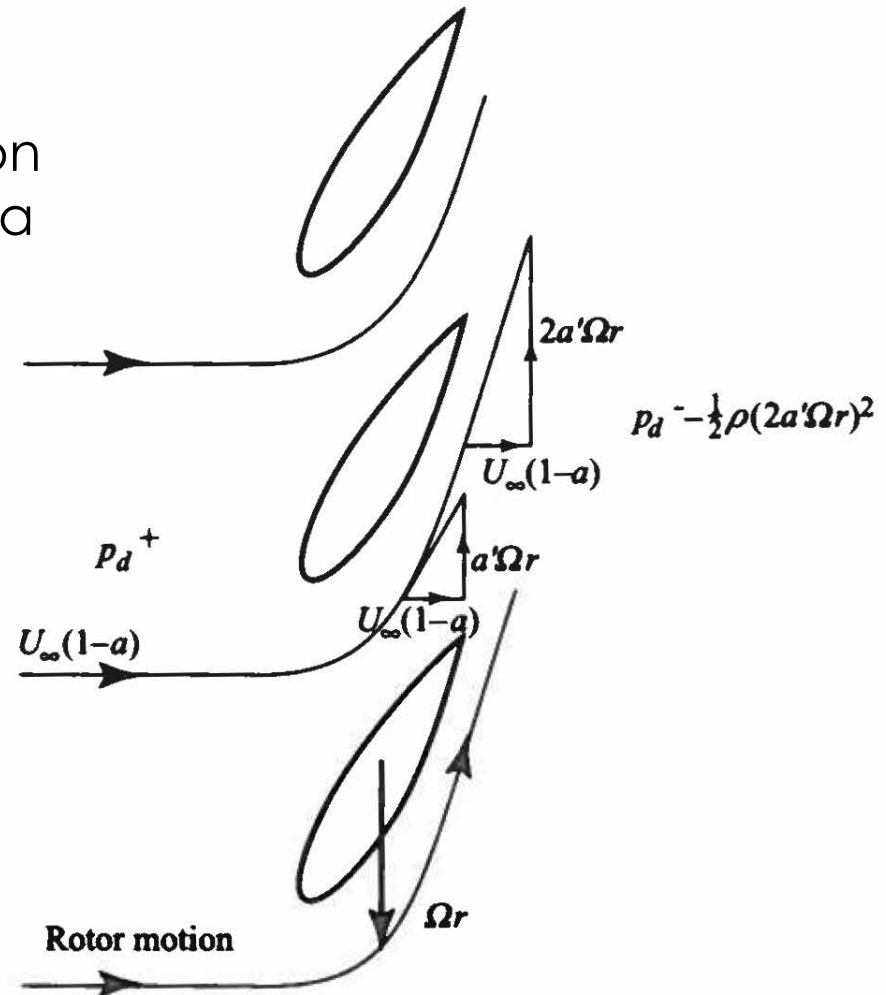
# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal

## Théorie du disque rotor

A la **moitié du disque**, à la distance radiale  $r$  du centre de rotation, la vitesse tangentielle induite est  $r\Omega a'$ . Vu qu'elle est produite par la réaction au couple, la vitesse est opposée à la motion du rotor.

**Une acquisition brusque de vitesse tangentielle ne peut pas arriver en pratique et doit être graduelle.** La Figure illustre le flux accélérant dans la direction tangentielle quand il est comprimé entre les pales.

La vitesse tangentielle augmente à travers le disque.



# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Théorie du moment angulaire

**La vitesse tangentielle ne sera pas la même pour toutes les positions radiales et il est également possible que la vitesse axiale induite n'est pas la même.** Afin d'admettre une variation des deux composantes de vitesse induites, on considère seulement un anneau du rotor de rayon  $r$  et de largeur radial  $\delta r$ .

**L'incrément du couple de rotor agissant sur l'anneau est responsable de donner la vitesse tangentielle à l'air, tandis que la force axiale agissant sur l'anneau est responsable pour la réduction en vitesse axiale.** Tout le disque incorpore une multiplicité d'anneaux. Chaque anneau fournit le moment de manière indépendante sur l'air passant par l'anneau.

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal

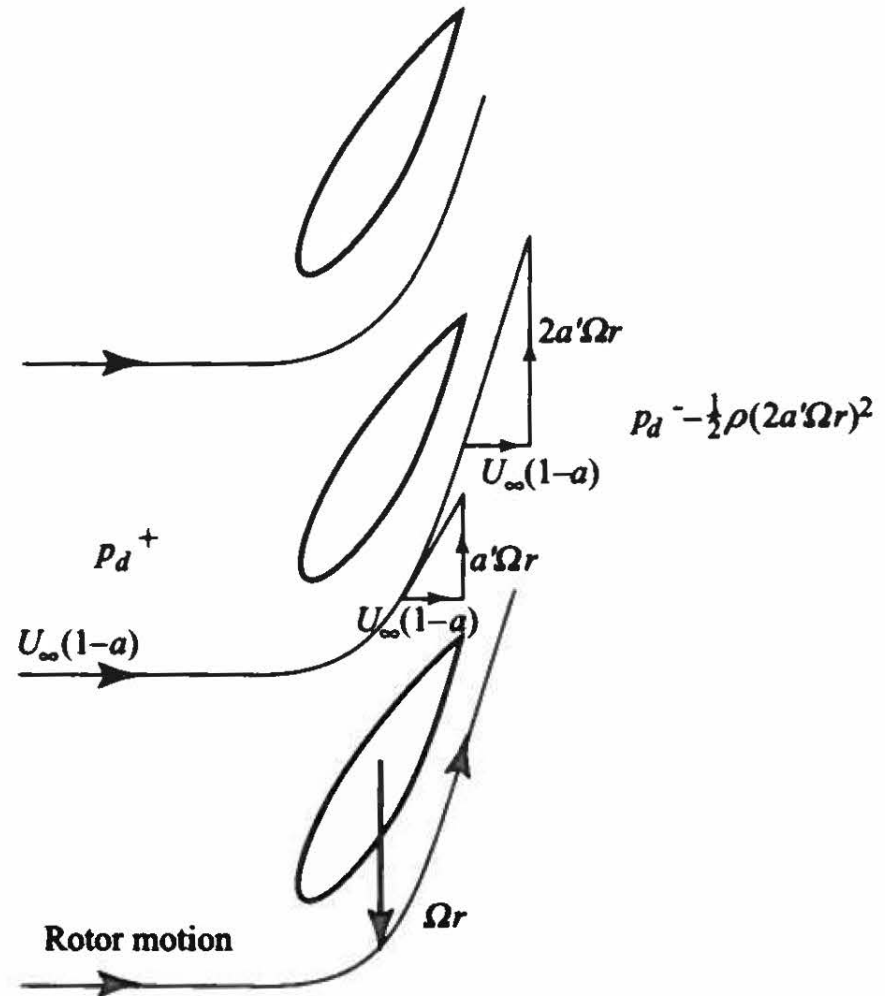
## Théorie du moment angulaire

Le couple sur l'anneau est égal au taux de changement du moment angulaire sur l'air passant par l'anneau.

Ainsi, **couple = taux de changement du moment angulaire = taux de flux de masse × taux de changement de vitesse tangentielle × rayon :**

$$\delta Q = \rho \delta A_D U_\infty (1-a) 2\Omega a' r^2$$

Où  $\delta A_D$  est la surface infinitésimale de l'anneau.



# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Théorie du moment angulaire

Le couple sur l'arbre du rotor est égal à  $\delta Q$  et ainsi l'incrément sur l'arbre du rotor donne :

$$\delta P = \delta Q \Omega$$

La **puissance totale extraite** en ralentissant le vent est déterminée par le **taux de changement du moment** (déjà obtenue avant, voir la théorie du disque actuateur):

$$P = T U_D = 2 \rho A_D U_\infty^3 a (1 - a)^2$$

Donc :

$$\delta P = 2 \rho \delta A_D U_\infty^3 a (1 - a)^2$$

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal

## Théorie du moment angulaire



Ainsi :

$$\text{et : } 2\rho\delta A_D U_\infty^3 a(1-a)^2 = \rho\delta A_D U_\infty(1-a)2\Omega^2 a' r^2$$

$$U_\infty^2 a(1-a) = \Omega^2 r^2 a'$$

**La relation précédente permet de déterminer  $a'$  si on connaît le facteur d'induction  $a$  et la vitesse de rotation du disque  $\Omega$ .**

$r\Omega$  est la vitesse tangentielle de l'anneau tournante et ainsi  $\lambda_r = r\Omega/U_\infty$  est nommé **taux de vitesse local** ou **local speed ratio**.

A l'extrémité du disque, on a  $R=r$  et  $\lambda = R\Omega/U_\infty$  qui est nommé **tip-speed ratio**.

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal

## Théorie du moment angulaire



Ainsi :

$$a(1-a) = \lambda_r^2 a'$$

La surface de l'anneau est  $\delta A_D = 2\pi r \delta r$ , c'est pourquoi la puissance incrémentale sur l'arbre est donnée par l'équation  $\delta Q = \rho \delta A_D U_\infty (1-a) 2\Omega a' r^2$

$$\delta P = \delta Q \Omega = \left( \frac{1}{2} \rho U_\infty^3 2\pi r \delta r \right) 4a'(1-a) \lambda_r^2$$

Le terme en parenthèses représente le **flux de puissance à travers l'anneau**, le terme à l'extérieur des parenthèses est le **rendement de l'élément infinitésimale de la pale**  $2\pi r \delta r$ .

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal

## Théorie du moment angulaire



Le rendement d'élément infinitésimale de pale est donc :

$$\eta_r = 4a'(1-a)\lambda_r^2$$

Pour un disque de rayon  $R$ , en termes de rendement de puissance pour chaque anneau infinitésimal  $\delta A_D$  on peut calculer le dérivé du

coefficient de puissance locale  $\frac{dC_P(r)}{dr} = \frac{\delta P}{dr}$  :

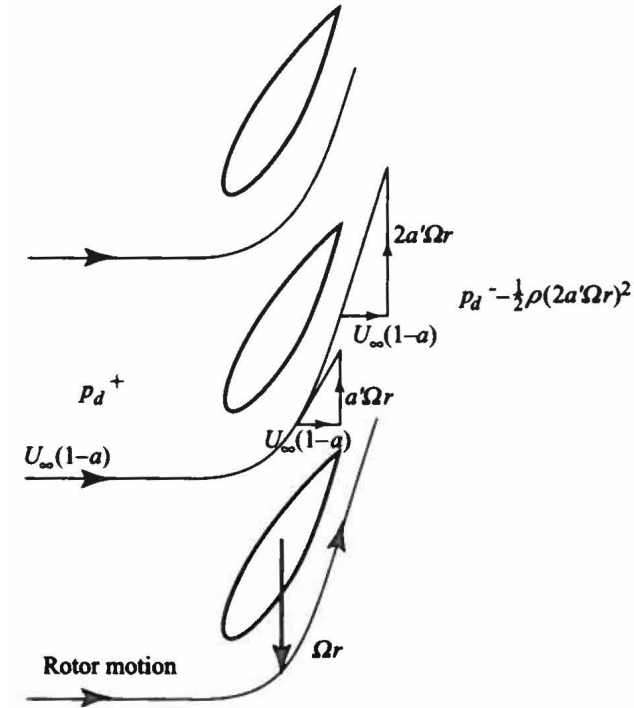
$$\frac{dC_P}{dr} = \frac{4\pi\rho U_\infty^3 (1-a)a'\lambda_r^2 r}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^3 \pi R^2} = \frac{8(1-a)a'\lambda_r^2 r}{R^2}$$

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Théorie du moment angulaire

Si on connaît la lois de variation radiale de  $a$  et  $a'$ , l'équation précédente peut être intégrée afin de déterminer le coefficient de puissance totale pour tout le disque à une vitesse d'extrémité de pale (tip-speed ratio) donnée.



# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal



## Puissance maximale

Les valeurs requises de  $a$  et  $a'$  qui rendent maximale l'incrément du coefficient de puissance sont :

$$a = \frac{1}{3} \quad \text{(limite de Lancaster-Betz)}$$

$$a' = \frac{a(1-a)}{\lambda_r^2} \quad \text{(géométrie des pales)}$$

et donc, on peut calculer le coefficient de poussée totale:

$$\begin{aligned} C_P &= \frac{8}{R^2} \int_0^R (1-a)a'\lambda_r^2 r dr = \frac{8}{R^2} \int_0^1 (1-a) \frac{a(1-a)}{\lambda_r^2} \lambda_r^2 r dr = \frac{8a(1-a)^2 R^2}{R^2} \frac{1}{2} = \\ &= 4a(1-a)^2 \quad \text{pour } a = \frac{1}{3}, \quad C_P = \frac{16}{27} \end{aligned}$$

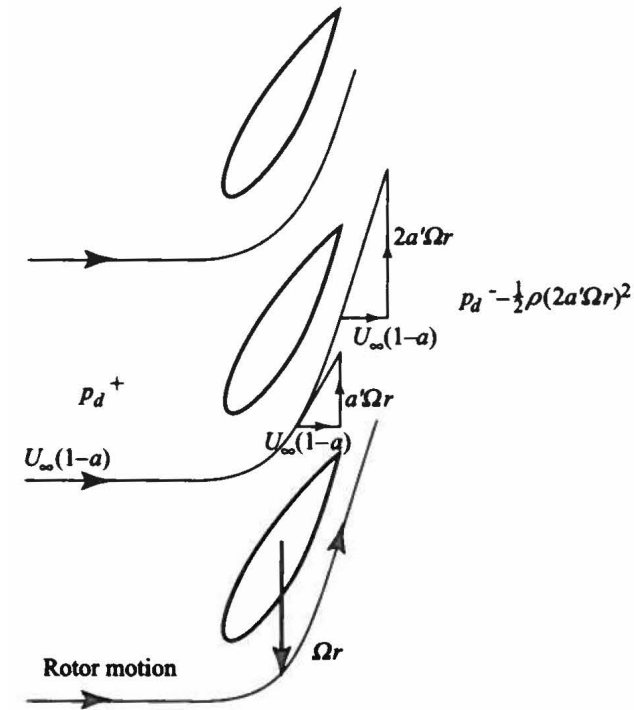
Ceci est le **même résultat** que pour le cas du sillage non-rotatif.

# Aérodynamique d'éoliennes à axe horizontal

## Théorie du moment angulaire

On peut aussi **calculer la variation de pression sur le disque en correspondance de chaque rayon générique  $r$**  avec l'application du théorème de Bernoulli au flux à travers le disque (qu'il tourne à la vitesse angulaire  $\Omega$ ) :

$$\Delta p_d = 2\rho\Omega^2(1+a')a'r^2$$



$$\frac{1}{2}\rho U_\infty^2(1-a)^2 + p_D^+ = \frac{1}{2}\rho U_\infty^2(1-a)^2 + \frac{1}{2}\rho(2a'\Omega r)^2 + p_D^-$$

Par conséquent:

$$p_D^+ - p_D^- = \frac{1}{2}\rho(2a'\Omega r)^2$$

# Les courbes de performance



On peut caractériser la **performance d'une éolienne** selon le comportement de **trois grandeurs principales: puissance, force et poussée – à vitesse variable.**

**La puissance détermine l'énergie récoltée par le rotor, la force développée détermine la taille du réducteur et le dimensionnement de tout l'équipement qui est reliée au rotor.**

La force du rotor a une grande influence sur le design structurel de la tour. Il est souvent convenable d'exprimer la performance **par des courbes de performance non-dimensionnelles, caractéristiques.** La performance de la turbine peut ainsi être examinée d'une façon indépendante du mode d'opération, par. ex. à vitesse rotationnelle constante ou variable. Nous assumons que la performance aérodynamique des pales ne dégrade pas la performance aérodynamique non-dimensionnelle du rotor. **La performance du rotor dépend du rapport entre la vitesse au bout de pale (induite par la rotation) et la vitesse du vent – appelée tip-speed ratio (TSR) – et l'orientation de la pale – appelée pitch.** Il est donc habituel de montrer la puissance, la force et les coefficients de poussée en fonction du tip-speed ratio.

# Les courbes de performance

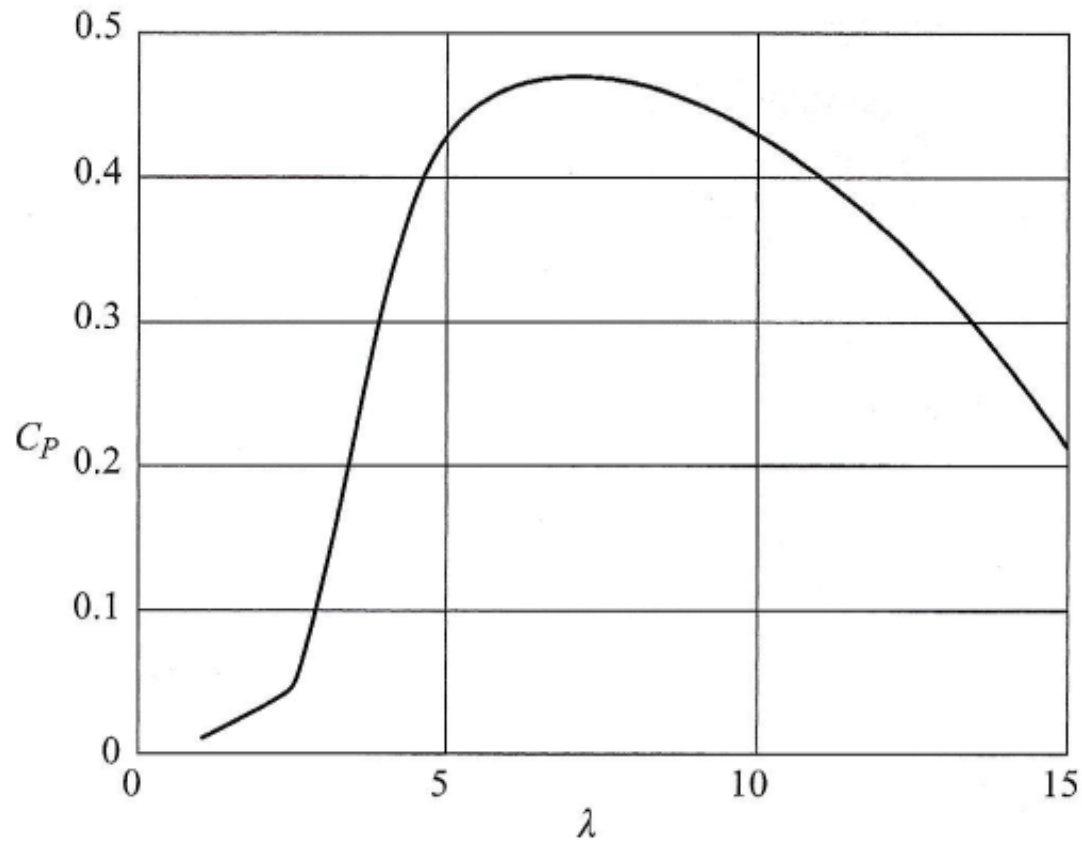


La théorie de ce chapitre donne un outil pour examiner comment la puissance développée par une turbine est déterminée par les paramètres de design. La méthode courante de présenter la performance de puissance est la courbe non-dimensionnelle  $C_p - \lambda$  et la courbe pour une turbine à trois pales, typique et moderne est présentée dans la figure suivante.

# Les courbes de performance



Courbe  $C_p - \lambda$  de performance pour une turbine moderne à trois pales.



# Les courbes de performance



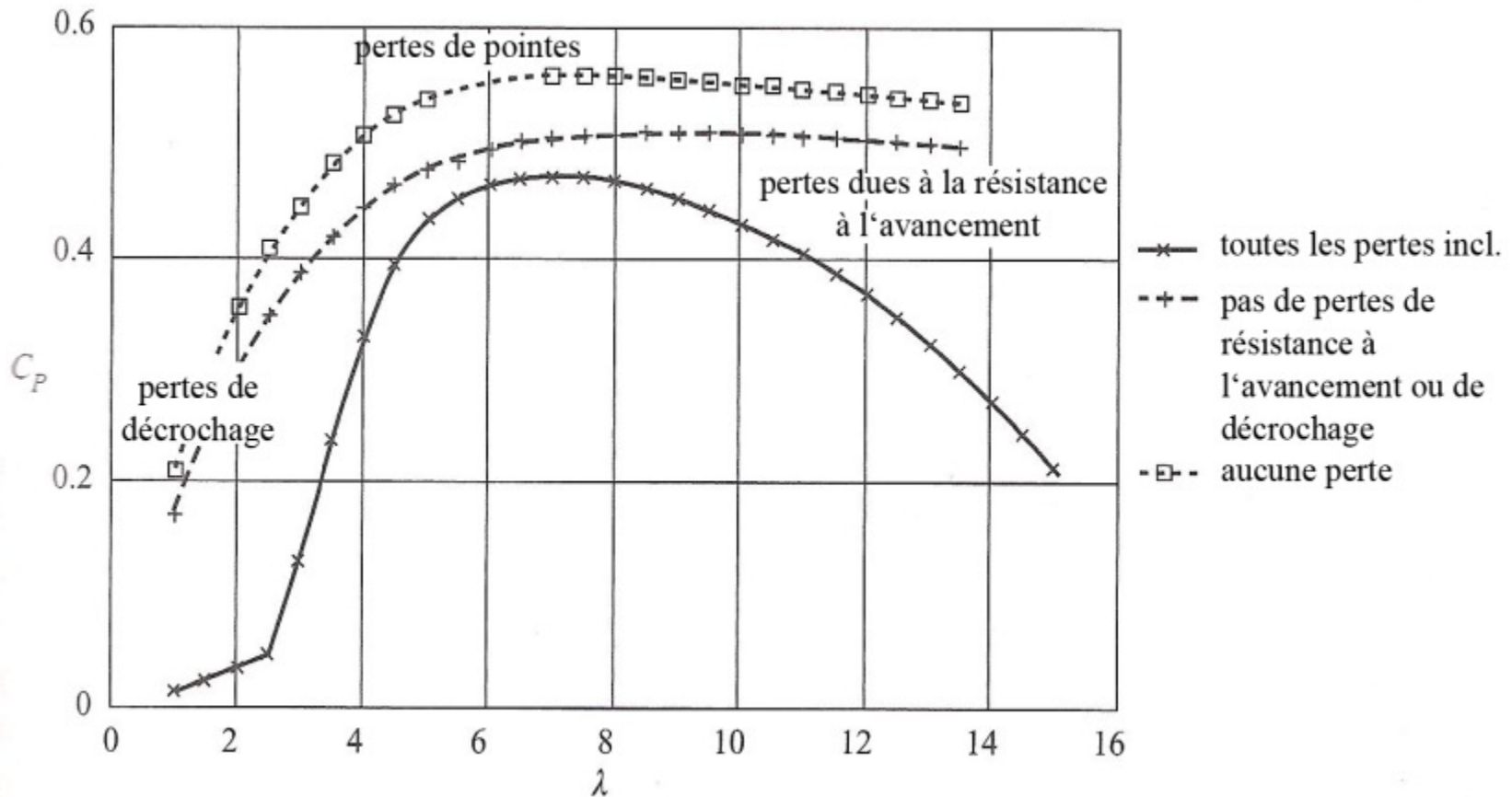
Le premier point à noter est que la valeur maximale de  $C_p$  est seulement de 0.47, reprise à un tip-speed ratio de sept, est beaucoup plus petite que la limite de Betz pour ce tip-speed ratio. Cette différence est due à la résistance à l'avancement du vent et les pertes aux pointes des pales. Le décrochage réduit également la valeur de  $C_p$  à de basses valeurs du tip-speed ratio.

Même s'il n'y a pas de pertes incluses dans l'analyse, la limite Lanchester-Betz n'est pas atteinte parce que le design des pales n'est pas parfait (voir figure suivante).

# Les courbes de performance



Courbe  $C_p - \lambda$  pour une turbine eolienne avec les pertes



# Les courbes de performance

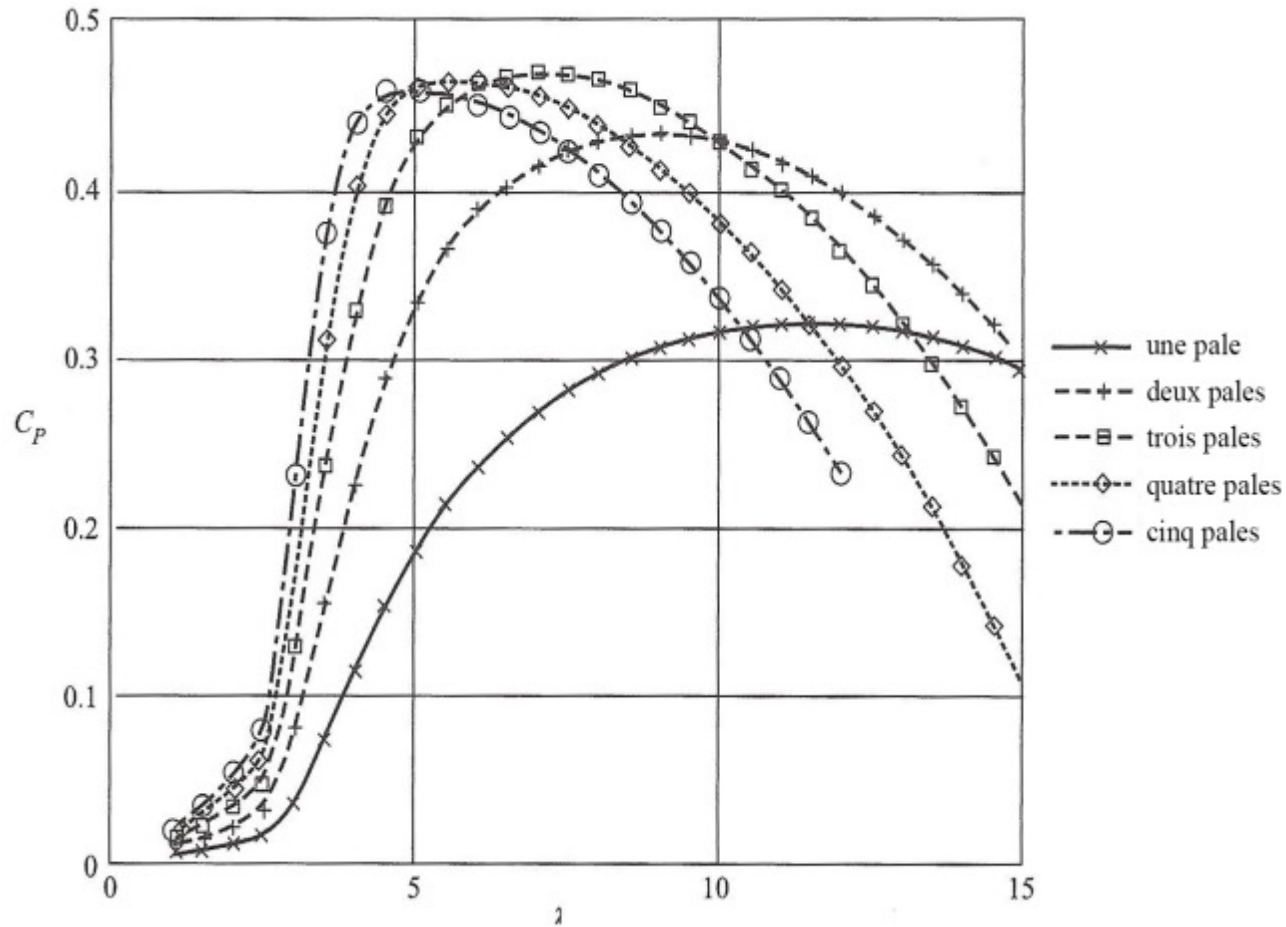


A cette étape l'autre paramètre principal à considérer est la solidité, donc la surface totale des pales divisée par la surface virtuelle du disque du rotor. Pour une machine à trois pales ce paramètre de solidité est 0.0345 mais on peut le changer par le nombre de pales comme montré dans figure suivante.

# Les courbes de performance



Effet du nombre des pales sur la courbe  $C_p - \lambda$



# Références



[1] Wind Energy Handbook, T. Burton, N. Jenkins, D. Sharpe, E. Bossanyi, John Wiley & Sons, 2011.

[2] “Wind Power in Power Systems“, T. Ackermann,, 2<sup>nd</sup> Edition, 2012, Wiley & Sons, UK.